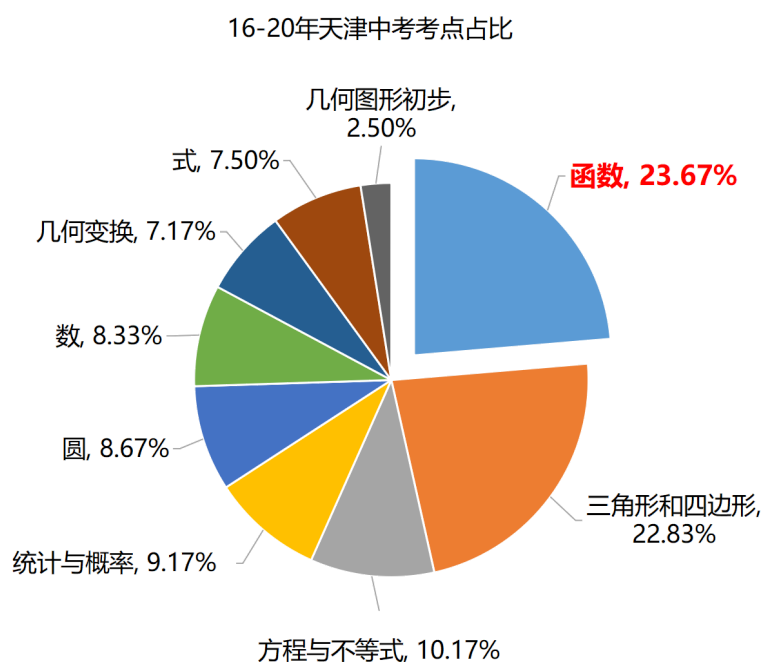


第1讲平面直角坐标系

知己知彼

《函数基础》属于整个初中数学代数部分的重要知识，是学习《二次函数提高》等模块的基础，需要学生熟练掌握平面直角坐标系内点的特征，一次函数、反比例函数、二次函数的基本图象性质，本模块的内容在中考中小题和大题均有涉及，难度适中，需要学生打好基础，为学习函数综合性知识做好铺垫。

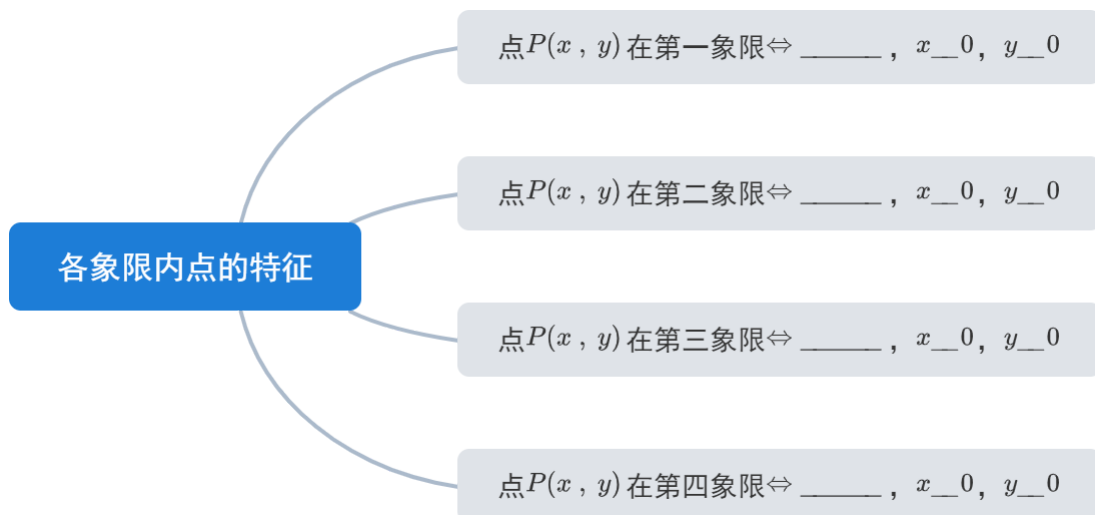
本模块侧重于函数基础概念、性质，难度适中，适用于一轮复习，函数基础的短期突破。本模块分为平面直角坐标系、一次函数与反比例函数、二次函数 3 讲内容，配套练习进一步巩固所学内容，专项练习，巩固易错点。



年份	分值	占比	题号
2020年	12	10%	8、10、16、25 (1)
2019年	12	10%	8、10、16、25 (1)
2018年	9	7.5%	9、16、25 (1)
2017年	9	7.5%	10、16、25 (1)
2016年	9	7.5%	11、16、25 (1)

一、坐标平面内点的坐标特征

1. 各象限内点的特征



教法备注

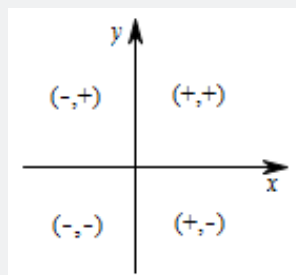
点 $P(x, y)$ 在第一象限 $\Leftrightarrow (+, +)$, $x > 0$, $y > 0$;

点 $P(x, y)$ 在第二象限 $\Leftrightarrow (-, +)$, $x < 0$, $y > 0$;

点 $P(x, y)$ 在第三象限 $\Leftrightarrow (-, -)$, $x < 0$, $y < 0$;

点 $P(x, y)$ 在第四象限 $\Leftrightarrow (+, -)$, $x > 0$, $y < 0$.

点的坐标	横坐标	纵坐标
第一象限	+	+
第二象限	-	+
第三象限	-	-
第四象限	+	-



典题精练

1. 在平面直角坐标系中, 点 $P(x^2 + 1, -2)$ 所在的象限是 () .

A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

【答案】D

【解析】 $\because x^2 + 1 \geq 1 > 0, -2 < 0,$
 $\therefore$ 点 $P(x^2 + 1, -2)$ 在第四象限,
故选D.

【标注】【知识点】象限内坐标的特征

2. 若点 $A(a+1, b-2)$ 在第二象限, 则点 $B(-a, b+1)$ 在().

A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

【答案】A

【解析】由 $A(a+1, b-2)$ 在第二象限, 得
 $a+1 < 0, b-2 > 0,$
解得 $a < -1, b > 2,$
由不等式的性质, 得
 $-a > 1, b+1 > 3,$
点 $B(-a, b+1)$ 在第一象限,
故选:A.

【标注】【知识点】象限内坐标的特征

2. 坐标轴上点的特征

坐标轴上点的特征

$P(x, y)$ 落在 x 轴上, 可得 $y = \underline{\hspace{1cm}}$, x 为任意实数;
 $P(x, y)$ 落在 x 轴正半轴上, 可得 $y = \underline{\hspace{1cm}}$, $x \underline{\hspace{1cm}} 0$;
 $P(x, y)$ 落在 x 轴负半轴上, 可得 $y = \underline{\hspace{1cm}}$, $x \underline{\hspace{1cm}} 0$;

$P(x, y)$ 落在 y 轴上, 可得 $x = \underline{\hspace{1cm}}$, y 为任意实数;
 $P(x, y)$ 落在 y 轴正半轴上, 可得 $x = \underline{\hspace{1cm}}$, $y \underline{\hspace{1cm}} 0$;
 $P(x, y)$ 落在 y 轴负半轴上, 可得 $x = \underline{\hspace{1cm}}$, $y \underline{\hspace{1cm}} 0$;

点 $P(x, y)$ 既在 x 轴上, 又在 y 轴上, 则 $x = \underline{\hspace{1cm}}$, $y = \underline{\hspace{1cm}}$,
即点 P 的坐标为 $\underline{\hspace{1cm}}$, 是坐标 $\underline{\hspace{1cm}}$.

1、点 $P(x, y)$ 落在 x 轴上：

点 $P(x, y)$ 在 x 轴上 $\Leftrightarrow y = 0$, x 为任意实数；

点 $P(x, y)$ 在 x 正半轴上 $\Leftrightarrow y = 0, x > 0$

点 $P(x, y)$ 在 x 负半轴上 $\Leftrightarrow y = 0, x < 0$

2、点 $P(x, y)$ 落在 y 轴上：

点 $P(x, y)$ 在 y 轴上 $\Leftrightarrow x = 0$, y 为任意实数；

点 $P(x, y)$ 在 y 正半轴上 $\Leftrightarrow x = 0, y > 0$ ；

点 $P(x, y)$ 在 y 负半轴上 $\Leftrightarrow x = 0, y < 0$.

3、点 $P(x, y)$ 即在 x 轴上，又在 y 轴上 $\Leftrightarrow x = 0, y = 0$ ，即点 P 的坐标为 $(0, 0)$ ，是坐标原点。



典题精练

3. 点 $P(m+3, m+1)$ 在平面直角坐标系的 x 轴上，则点 P 的坐标为（ ）。

A. $(0, -2)$

B. $(2, 0)$

C. $(4, 0)$

D. $(0, -4)$

【答案】 B

【解析】 $\because$ 点 $P(m+3, m+1)$ 在直角坐标系的 x 轴上，

$$\therefore m+1 = 0,$$

$$\therefore m = -1,$$

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(2, 0)$ 。

故选B。

【标注】【知识点】坐标轴上点的坐标特征

4. 已知点 $P(0, m)$ 在 y 轴的负半轴上，则点 $M(-m, -m+1)$ 在（ ）。

A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

【答案】 A

【解析】 由点 $P(0, m)$ 在 y 轴的负半轴上，得

$$m < 0.$$

由不等式的性质，得

$$-m > 0, -m+1 > 1,$$

则点 $M(-m, -m+1)$ 在第一象限。

【标注】【知识点】坐标轴上点的坐标特征

3. 平行于坐标轴的直线上的点的坐标特征

平行于坐标轴的 直线上的点的特征

平行于 x 轴直线上的两点，其____坐标相等，____坐标为两个____的实数；

若 $AB \parallel x$ 轴，则 $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ 的____坐标相等，即_____；

平行于 y 轴直线上的两点，其____坐标相等，____坐标为两个____的实数；

若 $CD \parallel y$ 轴，则 $C(m_1, n_1)$ ， $D(m_2, n_2)$ 的____坐标相等，即_____；

教法备注

(1) 平行于 x 轴直线上的两点，其纵坐标相等，横坐标为两个不相等的实数；

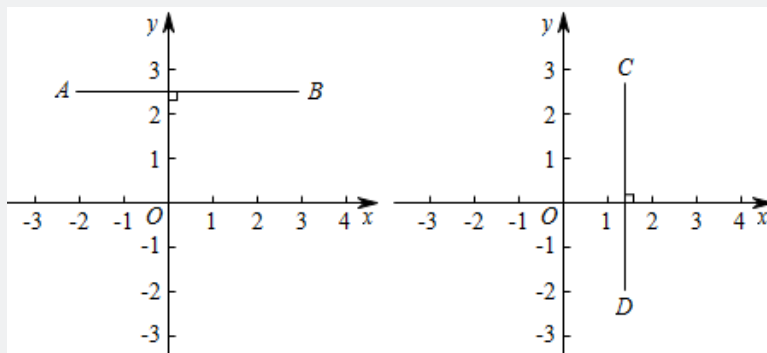
若 $AB \parallel x$ 轴，则 $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ 的纵坐标相等，即 $y_1 = y_2$ ；

反之，若 $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ ，且 $y_1 = y_2$ ，则 $AB \parallel x$ 轴。

(2) 平行于 y 轴直线上的两点，其横坐标相等，纵坐标为两个不相等的实数。

若 $CD \parallel y$ 轴，则 $C(m_1, n_1)$ ， $D(m_2, n_2)$ 的横坐标相等，即 $m_1 = m_2$ ；

反之，若 $C(m_1, n_1)$ ， $D(m_2, n_2)$ ，且 $m_1 = m_2$ ，则 $CD \parallel y$ 轴。



典题精练

5. 若过点 P 和点 $A(3, 2)$ 的直线平行于 x 轴，过点 P 和点 $B(-1, -2)$ 的直线平行于 y 轴，则点 P 的坐标是 ()。

A. $(-1, 2)$

B. $(-2, 2)$

C. $(3, -1)$

D. $(3, -2)$

【答案】A

【解析】过点 P 和点 $A(3, 2)$ 的直线平行于 x 轴，点 P 的纵坐标为 2 ，
过点 P 和 $B(-1, -2)$ 的直线平行于 y 轴，点 P 的横坐标为 -1 ，
 $\therefore$ 点 P 的坐标为 $(-1, 2)$ 。

【标注】【知识点】平行于坐标轴的直线上点的坐标特征

6. 已知点 $M(3, -2)$ 与点 $M'(x, y)$ 在同一条平行于 x 轴的直线上，且 M' 到 y 轴的距离等于 4 ，那么点 M' 的坐标是（ ）。
- A. $(4, 2)$ 或 $(-4, 2)$ B. $(4, -2)$ 或 $(-4, -2)$ C. $(4, -2)$ 或 $(-5, -2)$ D. $(4, -2)$ 或 $(-1, -2)$

【答案】B

【解析】 $\because M(3, -2)$ 与点 $M'(x, y)$ 在同一条平行于 x 轴的直线上，
 $\therefore M'$ 的纵坐标 $y = -2$ ，
 $\because M'$ 到 y 轴的距离等于 4 ，
 $\therefore M'$ 的横坐标为 4 或 -4 。
所以点 M' 的坐标为 $(4, -2)$ 或 $(-4, -2)$ 。
故选B。

【标注】【知识点】平行于坐标轴的直线上点的坐标特征

4. 象限角的平分线上点的特征

象限角的平分线上点的特征

点 $P(x, y)$ 在第一、三象限的角平分线上，
横、纵坐标_____，即 x _____ y

点 $P(x, y)$ 在第二、四象限的角平分线上，
横、纵坐标_____，即_____

典题精练

7. 在平面直角坐标系内，已知点 $(1 - 2a, a - 2)$ 在第三象限的角平分线上，则 a 的值是 _____。

【答案】 1

【解析】 $\because$ 点 $(1 - 2a, a - 2)$ 在第三象限的角平分线上，
 $\therefore$ 第三象限的角平分线上的点横纵坐标相等，
 $\therefore 1 - 2a = a - 2$ ，
 $3a = 3$ ，
 $a = 1$ ，
故 a 的值为 1.

【标注】 【知识点】 象限内坐标的特征

8. 点 P 的坐标为 $(2 - a, 3a + 6)$ ，且到两坐标轴的距离相等，则点 P 的坐标为 () .
A. $(3, 3)$ B. $(3, -3)$ C. $(6, -6)$ D. $(3, 3)$ 或 $(6, -6)$

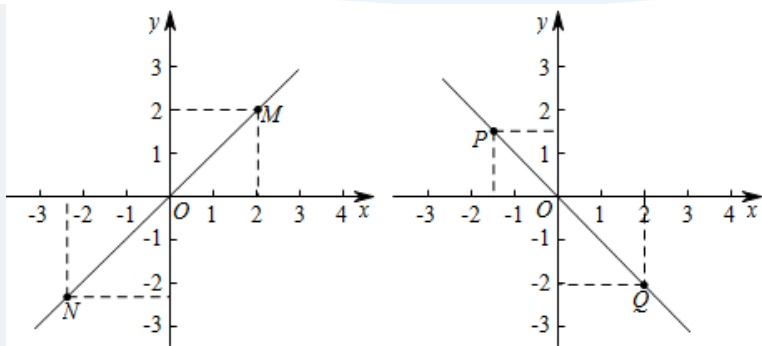
【答案】 D

【解析】 因为点 P 到两个坐标轴的距离相等，
所以点 P 的横、纵坐标相等或互为相反数，
即 $2 - a = 3a + 6$ 或 $-(2 - a) = 3a + 6$ ，
解得 $a = -1$ 或 $a = -4$.
故点 P 的坐标为 $(3, 3)$ 或 $(6, -6)$.
故选 D .

【标注】 【知识点】 角平分线上点的坐标特征

教法备注

- (1) 点 $P(x, y)$ 在第一、三象限的角平分线上，横、纵坐标相等，即 $x = y$ ；
反之，若 $x = y$ ，则 $P(x, y)$ 在第一、三象限的角平分线上 .
- (2) 点 $P(x, y)$ 在第二、四象限的角平分线上，横、纵坐标互为相反数，即 $x + y = 0$ ；
反之，若 $x + y = 0$ ，则 $P(x, y)$ 在第二、四象限的角平分线上 .



二、用坐标表示平移

用坐标表示平移

将点 $P(x, y)$ 向右平移 a 个单位可得 $P'(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$
 将点 $P(x, y)$ 向左平移 a 个单位可得 $P'(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$
 总结：左右平移纵坐标不变，横坐标 “ ”

将点 $P(x, y)$ 向上平移 b 个单位可得 $P'(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$
 将点 $P(x, y)$ 向下平移 b 个单位可得 $P'(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$
 总结：上下平移横坐标不变，纵坐标 “ ”

教法备注

(1) 将点 $P(x, y)$ 向右平移 a 个单位可得对应点 $P'(x + a, y)$;

(2) 将点 $P(x, y)$ 向左平移 a 个单位可得对应点 $P'(x - a, y)$.

总结：左右平移纵坐标不变，横坐标 “左减右加” .

(3) 将点 $P(x, y)$ 向上平移 b 个单位，可得对应点 $P'(x, y + b)$;

(4) 将点 $P(x, y)$ 向下平移 b 个单位，可得对应点 $P'(x, y - b)$.

总结：上下平移横坐标不变，纵坐标 “上加下减” .

典例：

已知 $P(1, 2)$		
向右平移2个单位		$P_1(3, 2)$
向左平移2个单位		$P_2(-1, 2)$
向上平移3个单位		$P_3(1, 5)$
向下平移3个单位		$P_4(1, -1)$

 典题精练

9. 在平面直角坐标系中, 将点 $M(2, 1)$ 先向下平移2个单位长度, 再向右平移3个单位长度, 得到点 N , 则点 N 的坐标为 _____.

【答案】 $(5, -1)$

【解析】 $\because M(2, 1)$ 且向下平移2个单位长度,
 $\therefore M'(2, -1)$.
 $\therefore M'(2, -1)$ 向右平移3个单位长度得到 N ,
 $\therefore N(5, -1)$.

【标注】 【知识点】坐标系中的平移-点的平移

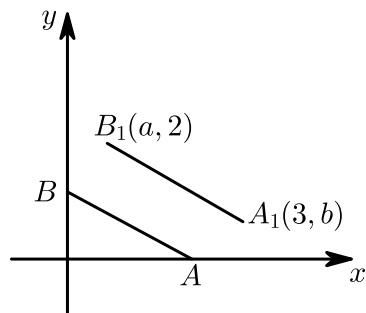
10. 将点 $P(m+2, 2m+1)$ 向左平移1个单位长度到 P' , 且 P' 在 y 轴上, 那么 P' 的坐标是 ().
A. $(0, -1)$ B. $(0, -2)$ C. $(0, -3)$ D. $(1, 1)$

【答案】 A

【解析】 将点 $P(m+2, 2m+1)$ 向左平移1个单位长度到 $P'(m+1, 2m+1)$,
 $\therefore P'$ 在 y 轴上,
 $\therefore m+1=0$,
 $\therefore m=-1$,
 $\therefore 2m+1=2 \times (-1)+1=-2+1=-1$,
 $\therefore P'(0, -1)$.

【标注】 【知识点】坐标系中的平移-点的平移

11. 如图, 平面直角坐标系中, A, B 两点的坐标分别为 $(2, 0)$ 、 $(0, 1)$, 若将线段 AB 平移至 A_1B_1 , 则 a, b 的值分别为 ().



- A. 1, 3 B. 1, 2 C. 2, 1 D. 1, 1

【答案】D

【解析】根据题意由平移规律可知，

$$a = 0 + (3 - 2) = 1,$$

$$b = 0 + (2 - 1) = 1.$$

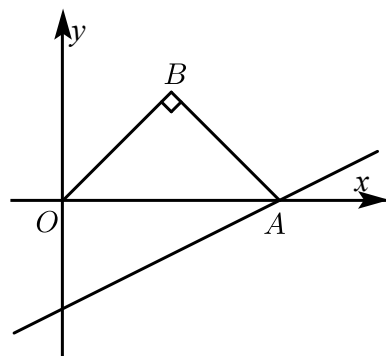
【标注】【知识点】坐标系中的平移-图形的平移

【知识点】平移的性质

【能力】推理论证能力

【思想】数形结合思想

12. 如图，直线 $y = \frac{1}{2}x - 2$ 与 x 轴交于点 A ，以 OA 为斜边在 x 轴上方作等腰直角三角形 OAB ，将 $\triangle OAB$ 沿 x 轴向右平移，当点 B 落在直线 $y = \frac{1}{2}x - 2$ 上时，则 $\triangle OAB$ 平移的距离是 _____。



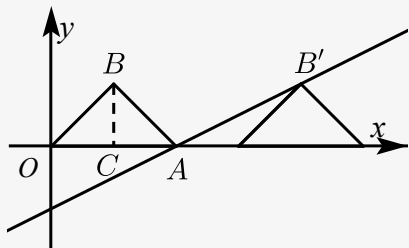
【答案】6

【解析】 $y = \frac{1}{2}x - 2$ ，
当 $y = 0$ 时， $\frac{1}{2}x - 2 = 0$ ，

解得： $x = 4$ ，

即 $OA = 4$ ，

过 B 作 $BC \perp OA$ 于 C ，



$\therefore \triangle OAB$ 是以 OA 为斜边的等腰直角三角形，

$\therefore BC = OC = AC = 2$ ，

即 B 点的坐标是 $(2, 2)$ ，

设平移的距离为 a ,

则 B 点的对称点 B' 的坐标为 $(a+2, 2)$,

代入 $y = \frac{1}{2}x - 2$ 得: $2 = \frac{1}{2}(a+2) - 2$,

解得: $a = 6$,

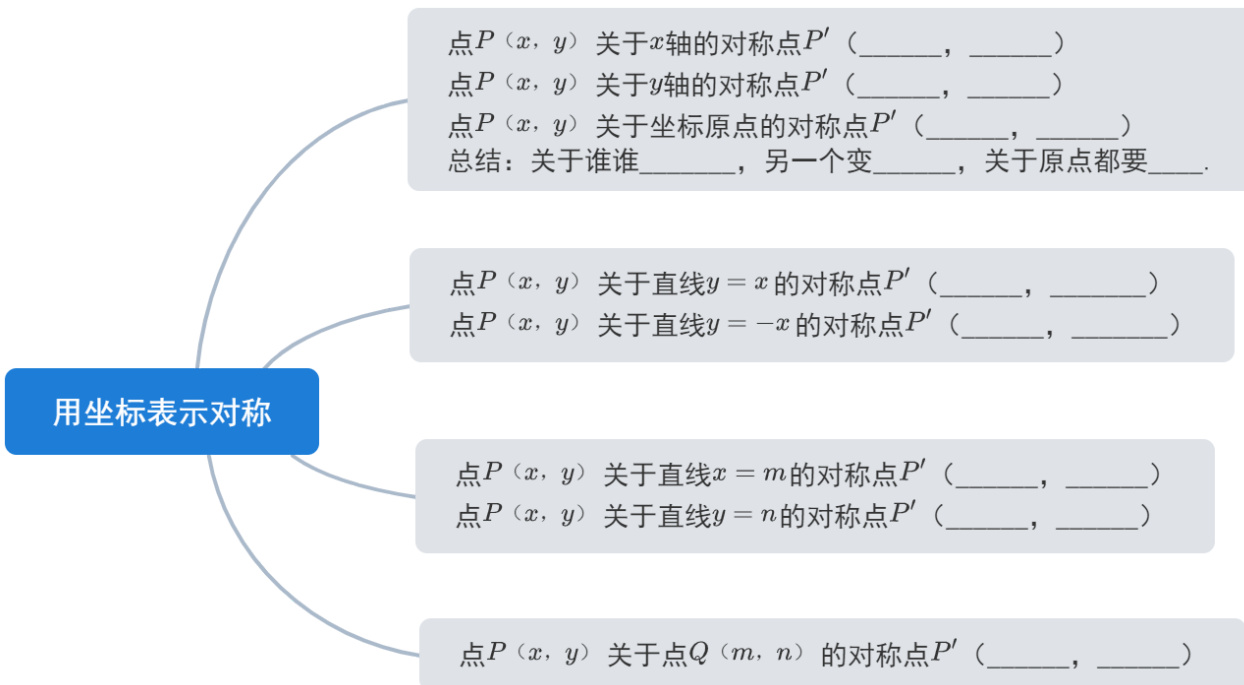
即 $\triangle OAB$ 平移的距离是6.

故答案为:6.

【标注】【知识点】坐标系中的平移-图形的平移

【能力】运算能力

三、用坐标表示对称



教法备注

(1) 点 $P(x, y)$ 关于 x 轴的对称点是 $P'(x, -y)$, 即横坐标不变, 纵坐标互为相反数.

(2) 点 $P(x, y)$ 关于 y 轴的对称点是 $P'(-x, y)$, 即纵坐标不变, 横坐标互为相反数.

(3) 点 $P(x, y)$ 关于坐标原点的对称点是 $P'(-x, -y)$, 即横坐标互为相反数, 纵坐标也互为相反数.

总结: 关于谁对称谁不变, 另一个变相反; 关于原点对称都改变.

(4) 点 $P(x, y)$ 关于点 $Q(m, n)$ 的对称点是 $M(2m - x, 2n - y)$.

这部分也可以利用中点坐标公式进行求解，若 $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ ，则 A 、 B 中点坐标 $(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2})$

(5) 点 $P(x, y)$ 关于 $x = m$ 的对称点是 $P'(2m - x, y)$

(6) 点 $P(x, y)$ 关于 $y = n$ 的对称点是 $P'(x, 2n - y)$

(7) 点 $P(x, y)$ 关于 $y = x$ 的对称点是 $P'(y, x)$ 即关于 $y = x$ 对称，横纵坐标互换

(8) 点 $P(x, y)$ 关于 $y = -x$ 的对称点是 $P'(-y, -x)$ 即关于 $y = -x$ 对称，横纵坐标互换，并取相反数。

典例：

已知 $P(1, 2)$.		
关于 x 轴对称		$P_1(1, -2)$
关于 y 轴对称		$P_2(-1, 2)$
关于原点对称		$P_3(-1, -2)$
关于点 $M(2, 3)$ 对称		$P_4(3, 4)$

典题精练

13. 已知点 $P_1(a - 1, 5)$ 和 $P_2(2, b - 1)$ 关于 x 轴对称，则 $(a + b)^{2003}$ 的值为 () .

A. 0

B. -1

C. 1

D. $(-3)^{2003}$

【答案】 B

【解析】 $\because$ 点 $P_1(a - 1, 5)$ 和 $P_2(2, b - 1)$ 关于 x 轴对称，

$$\therefore a - 1 = 2, b - 1 = -5,$$

$$\text{解得：} a = 3, b = -4,$$

$$\text{则 } (a + b)^{2003} = -1.$$

故选：B .

【标注】 【知识点】 坐标系中的对称-点关于坐标轴对称

【能力】 运算能力

14. 在平面直角坐标系中，点 $A(a, 4)$ 与点 $B(-5, b)$ 关于 y 轴对称，则 $2a + b$ 的值是 () .

A. 14

B. 2

C. -14

D. -2

【答案】 A

【解析】 由题意知, $\begin{cases} a + (-5) = 0 \\ b = 4 \end{cases}$, $\therefore \begin{cases} a = 5 \\ b = 4 \end{cases}$, $\therefore 2a + b = 14$.

【标注】 【知识点】 轴对称的定义

【知识点】 坐标系中的对称-点关于坐标轴对称

15. 若点 $A(n, 2)$ 与 $B(-3, m)$ 关于原点对称, 则 $n - m$ 等于().

A. 4

B. 5

C. 1

D. 2

【答案】 B

【解析】 $\because A(n, 2)$ 与 $B(-3, m)$ 关于原点对称,

$$\therefore n = -(-3) = 3,$$

$$m = -2,$$

$$\therefore n - m = 3 - (-2) = 5.$$

【标注】 【知识点】 坐标系中的对称

16. 已知 $M(a, b)$ 与 N 关于 x 轴对称, 点 P 与点 N 关于 y 轴对称, 点 Q 与点 P 关于直线 $y = -x$ 对称, 则点 Q 的坐标为().

A. (a, b)

B. (b, a)

C. $(-a, -b)$

D. $(-b, -a)$

【答案】 B

【标注】 【知识点】 坐标系中的对称-点关于特殊直线对称

四、 用坐标表示旋转

典题精练

17. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(2, 3)$, 若将 OA 绕原点 O 逆时针旋转 90° 得到 OA' , 则点 A' 的坐标为().

A. $(-2, 3)$

B. $(-3, 2)$

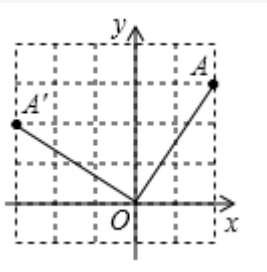
C. $(2, -3)$

D. $(3, -2)$

【答案】B

【解析】

如图所示，故B选项正确．



【标注】【知识点】旋转性质综合应用

18. 已知点 A 的坐标为 (a, b) ， O 为坐标原点，连接 OA ，将线段 OA 绕点 O 按逆时针方向旋转 90° 得 OA_1 ，则点 A_1 的坐标为_____．

【答案】 $(-b, a)$

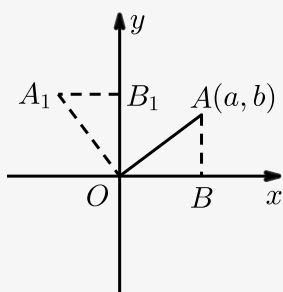
【解析】不妨设 A 在第一象限，将线段 OA 绕点 O 按逆时针方向旋转 90° 得 OA_1 ，如图所示．

$$\because A(a, b), \therefore OB = a, AB = b,$$

$$\therefore A_1B_1 = AB = b, OB_1 = OB = a,$$

因为 A_1 在第二象限，所以 $A_1(-b, a)$ ，

A 在其它象限结论也成立．



【标注】【知识点】坐标系中的旋转-点关于原点的旋转

19. 平面直角坐标系中， O 为坐标原点，点 A 的坐标为 $(\sqrt{3}, 1)$ ，将 OA 绕原点按逆时针方向旋转 30° 得 OB ，则点 B 的坐标为()．

A. $(1, \sqrt{3})$

B. $(-1, -\sqrt{3})$

C. $(-\sqrt{3}, -1)$

D. $(2, 0)$

【答案】A

【解析】如图，过点 A 作 $AC \perp x$ 轴于 C ，过点 B 作 $BD \perp x$ 轴于 D ，

$\because OA$ 绕原点按逆时针方向旋转 30° 得 OB ，

$$\therefore OA = OB, \angle AOB = 30^\circ,$$

$$\therefore \text{点} A \text{的坐标为} (\sqrt{3}, 1),$$

$$\therefore OC = \sqrt{3}, AC = 1,$$

$$\therefore \tan \angle AOC = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \angle AOC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ,$$

$$\angle BOD = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BOD = \angle A,$$

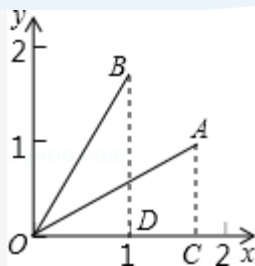
在 $\triangle AOC$ 和 $\triangle OBD$ 中,

$$\begin{cases} \angle BOD = \angle A \\ \angle BDO = \angle OCA, \\ OA = OB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AOC \cong \triangle OBD \text{ (AAS)},$$

$$\therefore OD = AC = 1, BD = OC = \sqrt{3},$$

$$\therefore \text{点} B \text{的坐标为} (1, \sqrt{3}).$$



【标注】【知识点】旋转性质综合应用

20. 将点 $A(4\sqrt{2}, 0)$ 绕着原点顺时针方向旋转 45° 得到点 B , 则点 B 的坐标是 _____ .

【答案】 $(4, -4)$

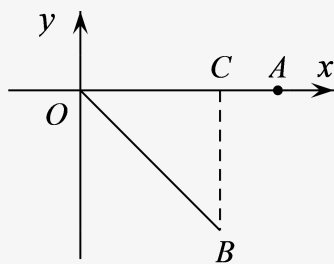
【解析】 旋转后已知 $OB = OA = 4\sqrt{2}$, 做 $BC \perp x$ 轴于点 C ,

那么 $\triangle OBC$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore OC = BC = 4,$$

$\therefore$ 在第四象限,

$\therefore$ 点 B 的坐标是 $(4, -4)$, 故答案为 $(4, -4)$.

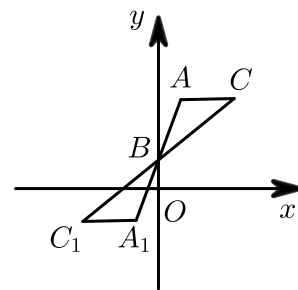


【标注】【知识点】坐标系中的旋转-点关于原点的旋转

【知识点】 象限内坐标的特征

【知识点】 等腰直角三角形的性质

21. 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕点 $B(0, 1)$ 旋转 180° 得到 $\triangle A_1BC_1$, 设点 C 的坐标为 (m, n) , 则点 C_1 的坐标为 () .



- A. $(-m, -n - 2)$ B. $(-m, -n - 1)$ C. $(-m, -n + 1)$ D. $(-m, -n + 2)$

【答案】 D

【解析】 由旋转 180° 可知, B 为 AA_1 , CC_1 中点,

$\therefore C(m, n)$, 设 $C_1(a, b)$,

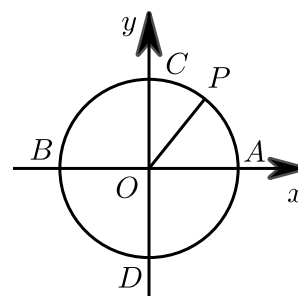
$$\text{故} \begin{cases} \frac{m+a}{2} = 0 \\ \frac{n+b}{2} = 1 \end{cases},$$

$$\text{得:} \begin{cases} a = -m \\ b = 2 - n \end{cases}.$$

故选D.

【标注】【知识点】坐标系中的旋转-图形关于特殊点的旋转

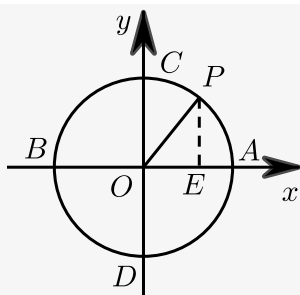
22. 如图, $\odot O$ 的半径为1, 动点 P 从点 A 处沿圆周以每秒 45° 圆心角的速度逆时针匀速运动, 即第1秒点 P 位于如图所示的位置, 第2秒中 P 点位于点 C 的位置,, 则第2018秒点 P 所在位置的坐标为 () .



- A. $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ B. $(0, 1)$ C. $(0, -1)$ D. $(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$

【答案】 B

【解析】 作 $PE \perp OA$ 于 E ,



$\because OP = 1, \angle POE = 45^\circ,$

$\therefore OE = PE = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 即点 P 的坐标为 $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$,

则第2秒 P 点为 $(0, 1)$,

根据题意可知, 第3秒 P 点为 $(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$, 第4秒 P 点为 $(-1, 0)$, 第5秒 P 点为 $(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$, 第6秒 P 点为 $(0, -1)$, 第7秒 P 点为 $(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$, 第8秒 P 点为 $(1, 0)$

$2018 \div 8 = 252 \dots\dots 2,$

$\therefore$ 第2018秒点 P 所在位置的坐标为 $(0, 1)$.

【标注】【知识点】点坐标找规律

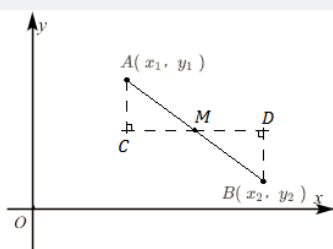
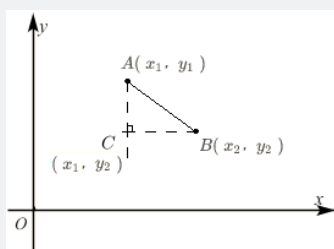
五、重要公式

重要公式

两点距离公式: 对点 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$,
 $AB =$ _____.

中点坐标公式: 对点 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$,
 AB 中点 M 坐标为 _____.

教法备注



① 两点距离公式：对点 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ ， $AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ 。

② 中点坐标公式：对点 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ ， AB 中点 M 坐标为 $(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2})$ 。

23. 在平面直角坐标系中，点 A 的坐标为 $(-1, 2)$ ，点 B 的坐标为 $(5, 4)$ ，则线段 AB 的中点坐标为（ ）。

A. $(2, 3)$

B. $(2, 2.5)$

C. $(3, 3)$

D. $(3, 2.5)$

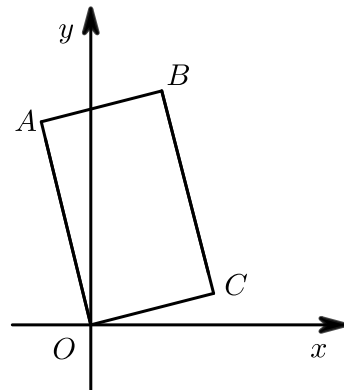
【答案】A

【解析】根据中点坐标公式可知 $x = \frac{-1 + 5}{2} = 2$ ， $y = \frac{2 + 4}{2} = 3$ ，
因此中点坐标为 $(2, 3)$ 。

【标注】【知识点】中点坐标

24.

如图，在矩形 $OABC$ 中，点 B 的坐标 $(1, 3)$ ，则 AC 的长是（ ）。



A. 3

B. $2\sqrt{2}$

C. $\sqrt{10}$

D. 4

【答案】C

【解析】∵ 四边形 $OABC$ 为矩形，如图，连接 OB ，过点 B 作 $DB \perp x$ 轴于点 D 点。

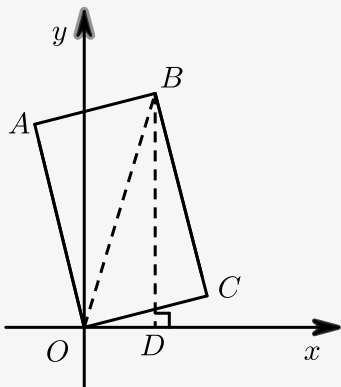
∴ $CA = OB$ ，

∴ 点 B 坐标为 $(1, 3)$ ，

∴ 在 $Rt\triangle OBD$ 中， $OB = \sqrt{OD^2 + BD^2} = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$ ，

∴ $CA = OB = \sqrt{10}$ ，

故选：C。

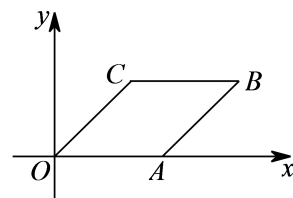


【标注】【知识点】坐标与距离

【知识点】矩形的性质

【能力】推理论证能力

25. 菱形 $OABC$ 在平面直角坐标系中的位置如图所示, $\angle AOC = 45^\circ$, $OC = \sqrt{2}$, 则点 B 的坐标为 () .



A. $(\sqrt{2}, 1)$

B. $(1, \sqrt{2})$

C. $(\sqrt{2} + 1, 1)$

D. $(1, \sqrt{2} + 1)$

【答案】C

【解析】如图, 过 C 作 $CE \perp x$ 轴于 E , 过 B 作 $BF \perp x$ 轴于 F .

$$\because \angle AOC = 45^\circ,$$

$$OC = \sqrt{2},$$

$\therefore \triangle OEC$ 为等腰直角三角形,

$$\therefore OE = EC,$$

$$\therefore OE^2 + EC^2 = OC^2, \text{ 即 } OE^2 + EC^2 = 2,$$

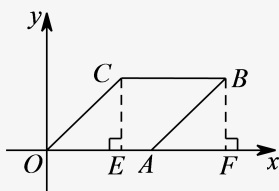
$$\therefore OE = EC = 1,$$

$\because$ 菱形 $OABC$,

$$\therefore CB = OA = BA = \sqrt{2}, \angle BAF = 45^\circ,$$

$$\therefore \triangle OCE \cong \triangle ABF,$$

$$\therefore CE = BF = AF = 1,$$



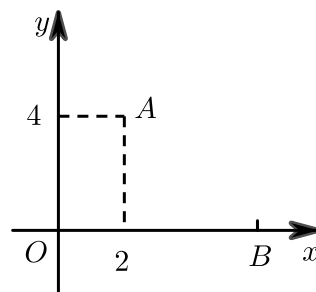
$\therefore B(\sqrt{2} + 1, 1)$, 故选C.

【标注】【知识点】菱形的性质

六、存在性问题

1. 面积问题

26. 如图, A 、 B 两点的坐标分别为 $(2, 4)$ 、 $(6, 0)$, 点 P 是 x 轴上一点, 且三角形 ABP 的面积为6, 则点 P 的坐标为 _____.

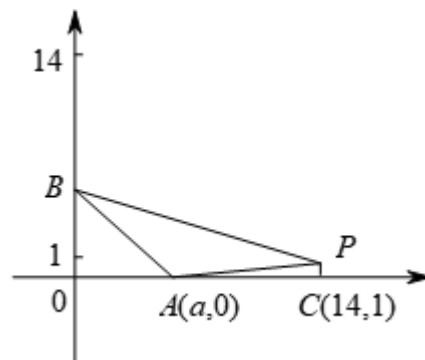


【答案】 $(3, 0)$ 或 $(9, 0)$

【解析】设 P 点坐标为 $(x, 0)$,
根据题意得 $\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot |6 - x| = 6$,
解得 $x = 3$ 或 9 ,
所以 P 点坐标为 $(3, 0)$ 或 $(9, 0)$.

【标注】【知识点】象限内坐标的特征

27. 如图, 由点 $P(14, 1)$ 、 $A(a, 0)$ 、 $B(0, a)$ 确定的 $\triangle PAB$ 的面积为18, 若 $0 < a < 14$, 则 a 的值为 _____.



【答案】 3或12

【解析】 如图，利用割补法．

$$\begin{aligned} S_{\triangle ABP} &= S_{\text{梯形}BOCP} - S_{\triangle AOB} - S_{\triangle ACP} \\ &= \frac{1}{2} \cdot (1+a) \cdot 14 - \frac{1}{2} \cdot a^2 - \frac{1}{2} \cdot (14-a) \cdot 1 \\ &= -\frac{1}{2}a^2 + \frac{15}{2}a. \end{aligned}$$

由 $S_{\triangle ABP} = 18$ 知 $-\frac{1}{2}a^2 + \frac{15}{2}a = 18$ 即 $a^2 - 15a + 36 = 0$, $(a-12)(a-3) = 0$,
所以 $a = 12$ 或 $a = 3$.

【标注】 【知识点】 象限内坐标的特征

2. 平行四边形存在性

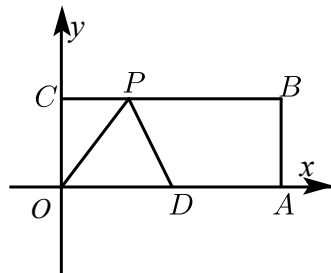
28. 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别为 $A(-2, 0)$, $B(-1, 2)$, $C(2, 0)$. 请写出以 A , B , C 为顶点的平行四边形的第四个顶点 D 的坐标 _____ .

【答案】 $(-5, 2)$ 或 $(1, -2)$ 或 $(3, 2)$

【标注】 【知识点】 象限内坐标的特征

3. 三角形存在性

29. 已知，如图：在平面直角坐标系中， O 为坐标原点，四边形 $OABC$ 是矩形，点 A 、 C 的坐标分别为 $A(10, 0)$ 、 $C(0, 4)$ ，点 D 是 OA 的中点，点 P 在 BC 边上运动，当 $\triangle ODP$ 是腰长为 5 的等腰三角形时，点 P 的坐标为 _____ .

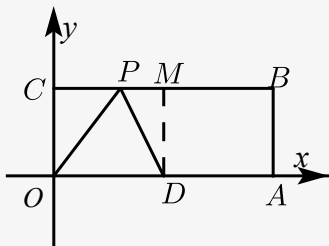


【答案】 $(3, 4)$ 或 $(2, 4)$ 或 $(8, 4)$

【解析】 (1) OD 是等腰三角形的底边时， P 就是 OD 的垂直平分线与 CB 的交点，
此时 $OP = PD \neq 5$.

(2) OD 是等腰三角形的一条腰时：

①若点 O 是顶角顶点时， P 点就是以点 O 为圆心，以5为半径的弧与 CB 的交点，



在直角 $\triangle OPC$ 中， $CP = \sqrt{OP^2 - OC^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ ，
则 P 的坐标是 $(3, 4)$ 。

②若 D 是顶角顶点时， P 点就是以点 D 为圆心，
以5为半径的弧与 CB 的交点，

过 D 作 $DM \perp BC$ 于点 M ，

在直角 $\triangle PDM$ 中， $PM = \sqrt{PD^2 - DM^2} = 3$ ，

当 P 在 M 的左边时， $CP = 5 - 3 = 2$ ，则 P 的坐标是 $(2, 4)$ ；

当 P 在 M 的右侧时， $CP = 5 + 3 = 8$ ，则 P 的坐标是 $(8, 4)$ 。

故 P 的坐标为： $(3, 4)$ 或 $(2, 4)$ 或 $(8, 4)$ 。

【标注】【知识点】动点与特殊平行四边形问题

30. 在平面直角坐标系中，点 A 的坐标为 $(4, 0)$ ，点 B 的坐标为 $(4, 10)$ ，点 C 在 y 轴上，且 $\triangle ABC$ 是直角三角形，则满足条件的 C 点的坐标为 _____。

【答案】 $(0, 0)$ ， $(0, 10)$ ， $(0, 2)$ ， $(0, 8)$

【解析】 “两垂一圆” 确定四个点之后，用勾股求得。

【标注】【知识点】象限内坐标的特征